

逻辑门

Discrete Mathematics

黄正华

数学与统计学院
武汉大学

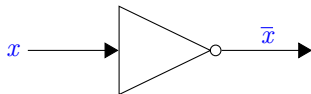
December 27, 2012

主要内容

- 逻辑门;
- 逻辑电路;
- 逻辑电路的化简.

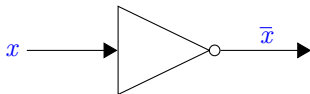
逻辑门 (Logic Gates)

(1) 逻辑非门 (NOT gate, inverter):

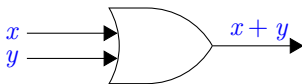


逻辑门 (Logic Gates)

(1) 逻辑非门 (NOT gate, inverter):

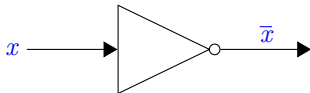


(2) 逻辑或门 (OR gate):

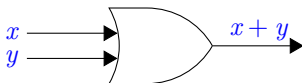


逻辑门 (Logic Gates)

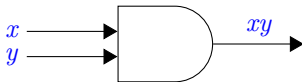
(1) 逻辑非门 (NOT gate, inverter):



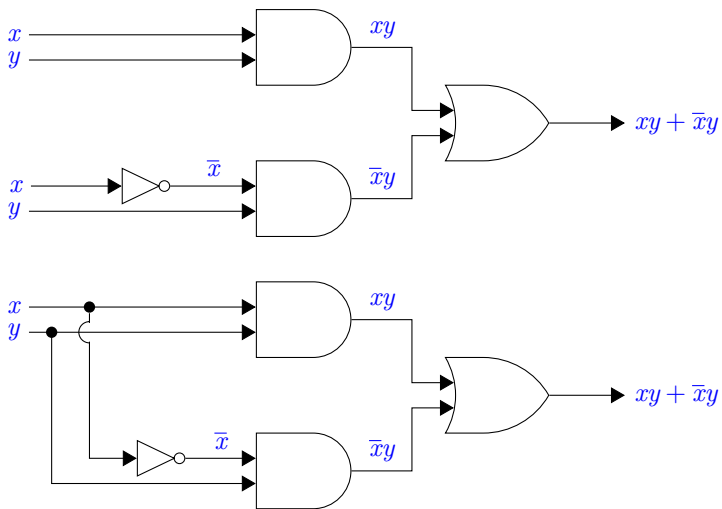
(2) 逻辑或门 (OR gate):



(3) 逻辑与门 (AND gate):



逻辑电路的两种画法



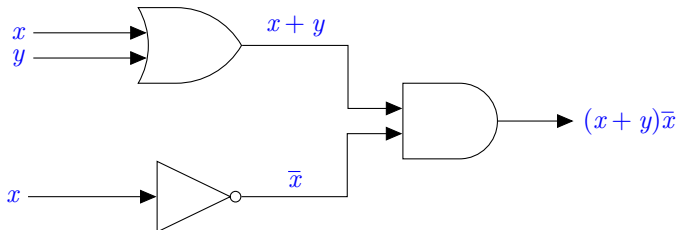
Example 1

画出下列输出结果的逻辑电路: (a) $(x + y)\bar{x}$, (b) $\bar{x}(\overline{y + z})$, (c) $(x + y + z)(\bar{x}\bar{y}\bar{z})$.

Example 1

画出下列输出结果的逻辑电路: (a) $(x + y)\bar{x}$, (b) $\bar{x}(\overline{y + \bar{z}})$, (c) $(x + y + z)(\bar{x}\bar{y}\bar{z})$.

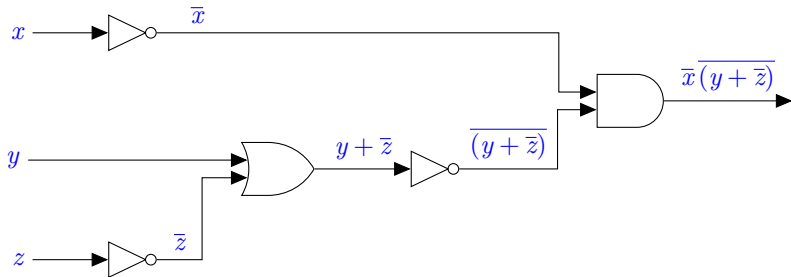
解 (a) $(x + y)\bar{x}$:



Example 1

画出下列输出结果的逻辑电路: (a) $(x + y)\bar{x}$, (b) $\bar{x}\overline{(y + \bar{z})}$, (c) $(x + y + z)(\bar{x}\bar{y}\bar{z})$.

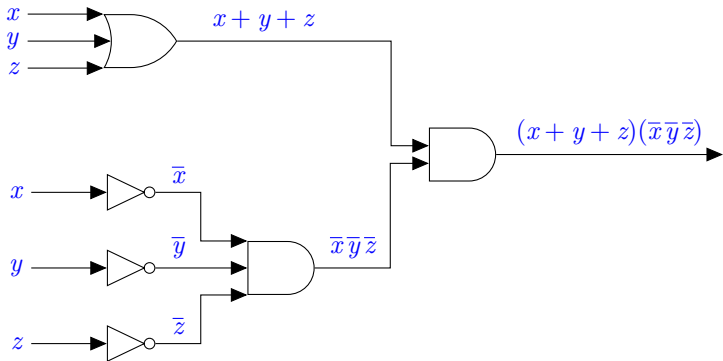
解 (b) $\bar{x}\overline{(y + \bar{z})}$:



Example 1

画出下列输出结果的逻辑电路: (a) $(x + y)\bar{x}$, (b) $\bar{x}(\overline{y + z})$, (c) $(x + y + z)(\bar{x}\bar{y}\bar{z})$.

解 (c) $(x + y + z)(\bar{x}\bar{y}\bar{z})$:



Example 2

设计由两个开关控制的电路, 使得开合其中任何一个开关都可以控制电灯的点亮和熄灭.

Example 2

设计由两个开关控制的电路, 使得开合其中任何一个开关都可以控制电灯的点
亮和熄灭.

解 用 x, y 表示两个开关, 取值 1, 0 分别表示闭合、断开.

Example 2

设计由两个开关控制的电路, 使得开合其中任何一个开关都可以控制电灯的点亮和熄灭.

解 用 x, y 表示两个开关, 取值 1, 0 分别表示闭合、断开.
记 $F(x, y) = 1$, 若电灯点亮; 记 $F(x, y) = 0$, 若电灯熄灭.

Example 2

设计由两个开关控制的电路, 使得开合其中任何一个开关都可以控制电灯的点亮和熄灭.

解 用 x, y 表示两个开关, 取值 1, 0 分别表示闭合、断开.
记 $F(x, y) = 1$, 若电灯点亮; 记 $F(x, y) = 0$, 若电灯熄灭.
假定两个开关都闭合时电灯点亮, 即 $F(1, 1) = 1$.

Example 2

设计由两个开关控制的电路, 使得开合其中任何一个开关都可以控制电灯的点亮和熄灭.

解 用 x, y 表示两个开关, 取值 1, 0 分别表示闭合、断开.

记 $F(x, y) = 1$, 若电灯点亮; 记 $F(x, y) = 0$, 若电灯熄灭.

假定两个开关都闭合时电灯点亮, 即 $F(1, 1) = 1$. 注意到改变其中一个开关的状态, 会导致灯泡熄灭, 故

$$F(1, 0) = 0, \quad F(0, 1) = 0.$$

再次改变其中一个开关的状态, 会导致灯泡点亮, 故 $F(0, 0) = 1$.

Example 2

设计由两个开关控制的电路, 使得开合其中任何一个开关都可以控制电灯的点亮和熄灭.

解 用 x, y 表示两个开关, 取值 1, 0 分别表示闭合、断开.

记 $F(x, y) = 1$, 若电灯点亮; 记 $F(x, y) = 0$, 若电灯熄灭.

假定两个开关都闭合时电灯点亮, 即 $F(1, 1) = 1$. 注意到改变其中一个开关的状态, 会导致灯泡熄灭, 故

$$F(1, 0) = 0, \quad F(0, 1) = 0.$$

再次改变其中一个开关的状态, 会导致灯泡点亮, 故 $F(0, 0) = 1$. 则真值表为

x	y	$F(x, y)$
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	1

Example 2

设计由两个开关控制的电路, 使得开合其中任何一个开关都可以控制电灯的点亮和熄灭.

解 用 x, y 表示两个开关, 取值 1, 0 分别表示闭合、断开.

记 $F(x, y) = 1$, 若电灯点亮; 记 $F(x, y) = 0$, 若电灯熄灭.

假定两个开关都闭合时电灯点亮, 即 $F(1, 1) = 1$. 注意到改变其中一个开关的状态, 会导致灯泡熄灭, 故

$$F(1, 0) = 0, \quad F(0, 1) = 0.$$

再次改变其中一个开关的状态, 会导致灯泡点亮, 故 $F(0, 0) = 1$. 则真值表为

x	y	$F(x, y)$
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	1

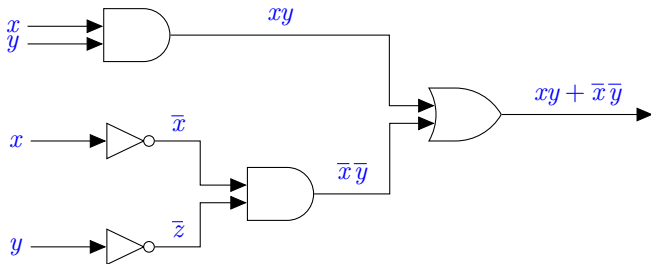
$$\Rightarrow F(x, y) = xy + \bar{x}\bar{y}.$$

Example 2

设计由两个开关控制的电路，使得开合其中任何一个开关都可以控制电灯的点亮和熄灭。

解

$$xy + \bar{x}\bar{y} :$$

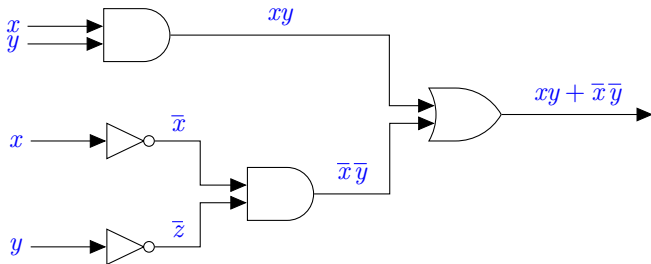


Example 2

设计由两个开关控制的电路, 使得开合其中任何一个开关都可以控制电灯的点亮和熄灭.

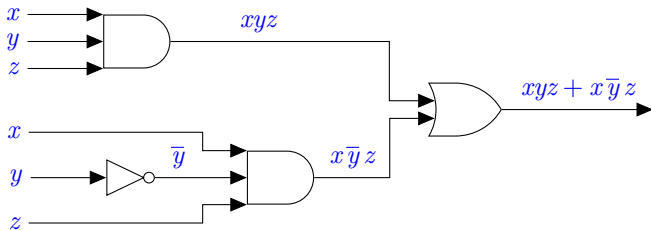
解

$$xy + \bar{x}\bar{y} :$$

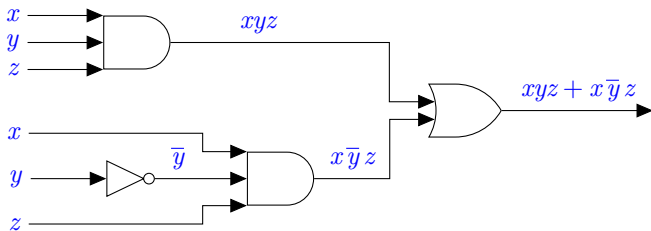


 如何设计由三个开关控制的类似电路?

电路的简化

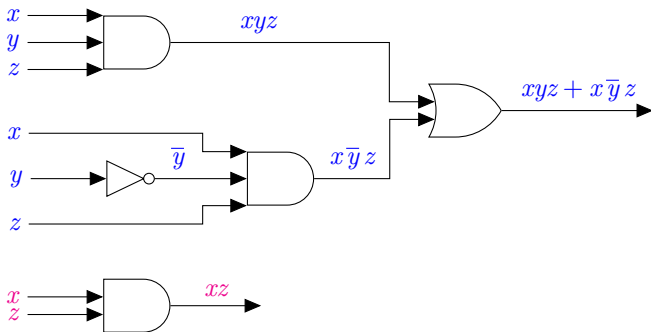


电路的简化



$$\begin{aligned}xyz + x\bar{y}z &= (y + \bar{y})xz \\ &= 1 \cdot (xz) \\ &= xz.\end{aligned}$$

电路的简化



$$\begin{aligned}xyz + x\bar{y}z &= (y + \bar{y})xz \\ &= 1 \cdot (xz) \\ &= xz.\end{aligned}$$

卡诺图 (Karnaugh map, K-map)

两个变元 x, y 构成的小项:

	y	\bar{y}
x	xy	$x\bar{y}$
\bar{x}	$\bar{x}y$	$\bar{x}\bar{y}$

卡诺图 (Karnaugh map, K-map)

两个变元 x, y 构成的小项:

	y	\bar{y}
x	xy	$x\bar{y}$
\bar{x}	$\bar{x}y$	$\bar{x}\bar{y}$

用 K-map 表示 (a) $xy + \bar{x}y$, (b) $x\bar{y} + \bar{x}y$, (c) $x\bar{y} + \bar{x}y + \bar{x}\bar{y}$.

	y	\bar{y}
x	1	
\bar{x}	1	

	y	\bar{y}
x		1
\bar{x}	1	

	y	\bar{y}
x		1
\bar{x}	1	1

K-map 化简方法

相邻的两个 1 所代表的小项, 可以简化为一个变量.

	y	\bar{y}
x	1	
\bar{x}	1	

	y	\bar{y}
x		1
\bar{x}	1	

	y	\bar{y}
x		1
\bar{x}	1	1

K-map 化简方法

相邻的两个 1 所代表的小项, 可以简化为一个变量.

	y	\bar{y}
x	1	
\bar{x}	1	

	y	\bar{y}
x		1
\bar{x}	1	

	y	\bar{y}
x		1
\bar{x}	1	1

(a) $xy + \bar{x}y = (x + \bar{x})y = y.$

K-map 化简方法

相邻的两个 1 所代表的小项, 可以简化为一个变量.

	y	\bar{y}
x	1	
\bar{x}	1	

	y	\bar{y}
x		1
\bar{x}	1	

	y	\bar{y}
x		1
\bar{x}	1	1

(a) $xy + \bar{x}y = (x + \bar{x})y = y.$

K-map 化简方法

相邻的两个 1 所代表的小项, 可以简化为一个变量.

	y	\bar{y}
x	1	
\bar{x}	1	

	y	\bar{y}
x		1
\bar{x}	1	

	y	\bar{y}
x		1
\bar{x}	1	1

(a) $xy + \bar{x}y = (x + \bar{x})y = y.$

(b) $x\bar{y} + \bar{x}y$ 不能化简.

K-map 化简方法

相邻的两个 1 所代表的小项, 可以简化为一个变量.

	y	\bar{y}
x	1	
\bar{x}	1	

	y	\bar{y}
x		1
\bar{x}	1	

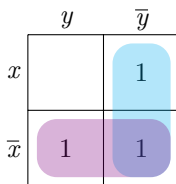
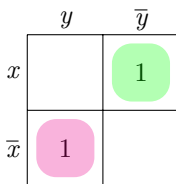
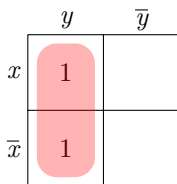
	y	\bar{y}
x		1
\bar{x}	1	1

(a) $xy + \bar{x}y = (x + \bar{x})y = y.$

(b) $x\bar{y} + \bar{x}y$ 不能化简.

K-map 化简方法

相邻的两个 1 所代表的小项, 可以简化为一个变量.



(a) $xy + \bar{x}y = (x + \bar{x})y = y.$

(b) $x\bar{y} + \bar{x}y$ 不能化简.

K-map 化简方法

相邻的两个 1 所代表的小项, 可以简化为一个变量.

	y	\bar{y}
x	1	
\bar{x}	1	

	y	\bar{y}
x		1
\bar{x}	1	

	y	\bar{y}
x		1
\bar{x}	1	1

(a) $xy + \bar{x}y = (x + \bar{x})y = y.$

(b) $x\bar{y} + \bar{x}y$ 不能化简.

(c) $x\bar{y} + \bar{x}y + \bar{x}\bar{y} = \bar{x} + \bar{y}.$

K-map: 3 个变量的情形

 相邻的小项, 只有一个变量不同.

	yz	$y\bar{z}$	$\bar{y}z$	$\bar{y}\bar{z}$
x	xyz	$xy\bar{z}$	$x\bar{y}z$	$x\bar{y}\bar{z}$
\bar{x}	$\bar{x}yz$	$\bar{x}y\bar{z}$	$\bar{x}\bar{y}z$	$\bar{x}\bar{y}\bar{z}$

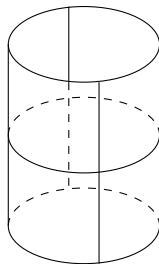


第 1, 4 列是相邻的.

K-map: 3 个变量的情形

相邻的小项, 只有一个变量不同.

	yz	$y\bar{z}$	$\bar{y}z$	$\bar{y}\bar{z}$
x	xyz	$xy\bar{z}$	$x\bar{y}z$	$x\bar{y}\bar{z}$
\bar{x}	$\bar{x}yz$	$\bar{x}y\bar{z}$	$\bar{x}\bar{y}z$	$\bar{x}\bar{y}\bar{z}$

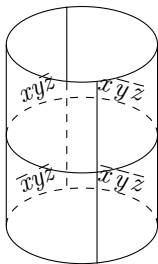


第 1, 4 列是相邻的.

K-map: 3 个变量的情形

相邻的小项, 只有一个变量不同.

	yz	$y\bar{z}$	$\bar{y}z$	$\bar{y}\bar{z}$
x	xyz	$xy\bar{z}$	$x\bar{y}z$	$x\bar{y}\bar{z}$
\bar{x}	$\bar{x}yz$	$\bar{x}y\bar{z}$	$\bar{x}\bar{y}z$	$\bar{x}\bar{y}\bar{z}$

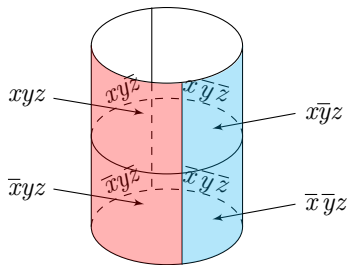


第 1, 4 列是相邻的.

K-map: 3 个变量的情形

相邻的小项, 只有一个变量不同.

	yz	$y\bar{z}$	$\bar{y}z$	$\bar{y}\bar{z}$
x	xyz	$xy\bar{z}$	$x\bar{y}z$	$x\bar{y}\bar{z}$
\bar{x}	$\bar{x}yz$	$\bar{x}y\bar{z}$	$\bar{x}\bar{y}z$	$\bar{x}\bar{y}\bar{z}$



第 1, 4 列是相邻的.

相邻关系类型: $1 \times 2, 2 \times 1, 2 \times 2, 4 \times 1$.

	yz	$y\bar{z}$	$\bar{y}\bar{z}$	$\bar{y}z$
x	xyz	$xy\bar{z}$	$x\bar{y}\bar{z}$	$x\bar{y}z$
\bar{x}	$\bar{x}yz$	$\bar{x}y\bar{z}$	$\bar{x}\bar{y}\bar{z}$	$\bar{x}\bar{y}z$

$$\bar{y}\bar{z} = x\bar{y}\bar{z} + \bar{x}\bar{y}\bar{z}$$

(a)

相邻关系类型: 1×2 , 2×1 , 2×2 , 4×1 .

	yz	$y\bar{z}$	$\bar{y}\bar{z}$	$\bar{y}z$
x	xyz	$xy\bar{z}$	$x\bar{y}\bar{z}$	$x\bar{y}z$
\bar{x}	$\bar{x}yz$	$\bar{x}y\bar{z}$	$\bar{x}\bar{y}\bar{z}$	$\bar{x}\bar{y}z$

$$\bar{y}\bar{z} = x\bar{y}\bar{z} + \bar{x}\bar{y}\bar{z}$$

(a)

	yz	$y\bar{z}$	$\bar{y}\bar{z}$	$\bar{y}z$
x	xyz	$xy\bar{z}$	$x\bar{y}\bar{z}$	$x\bar{y}z$
\bar{x}	$\bar{x}yz$	$\bar{x}y\bar{z}$	$\bar{x}\bar{y}\bar{z}$	$\bar{x}\bar{y}z$

$$\bar{x}z = \bar{x}yz + \bar{x}\bar{y}z$$

(b)

相邻关系类型: 1×2 , 2×1 , 2×2 , 4×1 .

	yz	$y\bar{z}$	$\bar{y}\bar{z}$	$\bar{y}z$
x	xyz	$xy\bar{z}$	$x\bar{y}\bar{z}$	$x\bar{y}z$
\bar{x}	$\bar{x}yz$	$\bar{x}y\bar{z}$	$\bar{x}\bar{y}\bar{z}$	$\bar{x}\bar{y}z$

$$\bar{y}\bar{z} = x\bar{y}\bar{z} + \bar{x}\bar{y}\bar{z}$$

(a)

	yz	$y\bar{z}$	$\bar{y}\bar{z}$	$\bar{y}z$
x	xyz	$xy\bar{z}$	$x\bar{y}\bar{z}$	$x\bar{y}z$
\bar{x}	$\bar{x}yz$	$\bar{x}y\bar{z}$	$\bar{x}\bar{y}\bar{z}$	$\bar{x}\bar{y}z$

$$\bar{x}z = \bar{x}yz + \bar{x}\bar{y}z$$

(b)

	yz	$y\bar{z}$	$\bar{y}\bar{z}$	$\bar{y}z$
x	xyz	$xy\bar{z}$	$x\bar{y}\bar{z}$	$x\bar{y}z$
\bar{x}	$\bar{x}yz$	$\bar{x}y\bar{z}$	$\bar{x}\bar{y}\bar{z}$	$\bar{x}\bar{y}z$

$$\bar{z} = xy\bar{z} + \bar{x}yz + x\bar{y}\bar{z} + \bar{x}\bar{y}\bar{z}$$

(c)

相邻关系类型: 1×2 , 2×1 , 2×2 , 4×1 .

	yz	$y\bar{z}$	$\bar{y}\bar{z}$	$\bar{y}z$
x	xyz	$xy\bar{z}$	$x\bar{y}\bar{z}$	$x\bar{y}z$
\bar{x}	$\bar{x}yz$	$\bar{x}y\bar{z}$	$\bar{x}\bar{y}\bar{z}$	$\bar{x}\bar{y}z$

$$\bar{y}\bar{z} = x\bar{y}\bar{z} + \bar{x}\bar{y}\bar{z}$$

(a)

	yz	$y\bar{z}$	$\bar{y}\bar{z}$	$\bar{y}z$
x	xyz	$xy\bar{z}$	$x\bar{y}\bar{z}$	$x\bar{y}z$
\bar{x}	$\bar{x}yz$	$\bar{x}y\bar{z}$	$\bar{x}\bar{y}\bar{z}$	$\bar{x}\bar{y}z$

$$\bar{x}z = \bar{x}yz + \bar{x}\bar{y}z$$

(b)

	yz	$y\bar{z}$	$\bar{y}\bar{z}$	$\bar{y}z$
x	xyz	$xy\bar{z}$	$x\bar{y}\bar{z}$	$x\bar{y}z$
\bar{x}	$\bar{x}yz$	$\bar{x}y\bar{z}$	$\bar{x}\bar{y}\bar{z}$	$\bar{x}\bar{y}z$

$$\bar{z} = xy\bar{z} + \bar{x}yz + x\bar{y}\bar{z} + \bar{x}\bar{y}\bar{z}$$

(c)

	yz	$y\bar{z}$	$\bar{y}\bar{z}$	$\bar{y}z$
x	xyz	$xy\bar{z}$	$x\bar{y}\bar{z}$	$x\bar{y}z$
\bar{x}	$\bar{x}yz$	$\bar{x}y\bar{z}$	$\bar{x}\bar{y}\bar{z}$	$\bar{x}\bar{y}z$

$$\bar{x} = \bar{x}yz + \bar{x}y\bar{z} + \bar{x}\bar{y}\bar{z} + \bar{x}\bar{y}z$$

(d)

Example 3

用 K-maps 化简下列表达式:

(a) $xy\bar{z} + x\bar{y}\bar{z} + \bar{x}yz + \bar{x}\bar{y}\bar{z}$.

Example 3

用 K-maps 化简下列表达式:

(a) $xy\bar{z} + x\bar{y}\bar{z} + \bar{x}yz + \bar{x}\bar{y}z$.

	yz	$y\bar{z}$	$\bar{y}\bar{z}$	$\bar{y}z$
x		1	1	
\bar{x}	1		1	

$$xy\bar{z} + x\bar{y}\bar{z} + \bar{x}yz + \bar{x}\bar{y}z =$$

Example 3

用 K-maps 化简下列表达式:

(a) $xy\bar{z} + x\bar{y}\bar{z} + \bar{x}yz + \bar{x}\bar{y}z$.

	yz	$y\bar{z}$	$\bar{y}\bar{z}$	$\bar{y}z$
x		1	1	
\bar{x}	1		1	

$$xy\bar{z} + x\bar{y}\bar{z} + \bar{x}yz + \bar{x}\bar{y}z = x\bar{z}$$

Example 3

用 K-maps 化简下列表达式:

(a) $xy\bar{z} + x\bar{y}\bar{z} + \bar{x}yz + \bar{x}\bar{y}\bar{z}$.

	yz	$y\bar{z}$	$\bar{y}\bar{z}$	$\bar{y}z$
x		1	1	
\bar{x}	1		1	

$$xy\bar{z} + x\bar{y}\bar{z} + \bar{x}yz + \bar{x}\bar{y}\bar{z} = x\bar{z} + \bar{y}\bar{z}$$

Example 3

用 K-maps 化简下列表达式:

(a) $xy\bar{z} + x\bar{y}\bar{z} + \bar{x}yz + \bar{x}\bar{y}\bar{z}$.

	yz	$y\bar{z}$	$\bar{y}\bar{z}$	$\bar{y}z$
x		1	1	
\bar{x}	1		1	

$$xy\bar{z} + x\bar{y}\bar{z} + \bar{x}yz + \bar{x}\bar{y}\bar{z} = x\bar{z} + \bar{y}\bar{z} + \bar{x}yz.$$

Example 4

用 K-maps 化简下列表达式:

(b) $x\bar{y}z + x\bar{y}\bar{z} + \bar{x}yz + \bar{x}\bar{y}z + \bar{x}\bar{y}\bar{z}$.

Example 4

用 K-maps 化简下列表达式:

(b) $x\bar{y}z + x\bar{y}\bar{z} + \bar{x}yz + \bar{x}\bar{y}z + \bar{x}\bar{y}\bar{z}$.

	yz	$y\bar{z}$	$\bar{y}\bar{z}$	$\bar{y}z$
x			1	1
\bar{x}	1		1	1

$$xy\bar{z} + x\bar{y}\bar{z} + \bar{x}yz + \bar{x}\bar{y}\bar{z} =$$

Example 4

用 K-maps 化简下列表达式:

(b) $x\bar{y}z + x\bar{y}\bar{z} + \bar{x}yz + \bar{x}\bar{y}z + \bar{x}\bar{y}\bar{z}$.

	yz	$y\bar{z}$	$\bar{y}\bar{z}$	$\bar{y}z$
x			1	1
\bar{x}	1		1	1

$$xy\bar{z} + x\bar{y}\bar{z} + \bar{x}yz + \bar{x}\bar{y}\bar{z} = \bar{y}$$

Example 4

用 K-maps 化简下列表达式:

(b) $x\bar{y}z + x\bar{y}\bar{z} + \bar{x}yz + \bar{x}\bar{y}z + \bar{x}\bar{y}\bar{z}$.

	yz	$y\bar{z}$	$\bar{y}\bar{z}$	$\bar{y}z$
x			1	1
\bar{x}	1		1	1

$$x\bar{y}\bar{z} + x\bar{y}z + \bar{x}yz + \bar{x}\bar{y}\bar{z} = \bar{y} + \bar{x}z.$$

Example 5

用 K-maps 化简下列表达式:

(c) $xyz + xy\bar{z} + x\bar{y}z + x\bar{y}\bar{z} + \bar{x}yz + \bar{x}\bar{y}z + \bar{x}\bar{y}\bar{z}$.

Example 5

用 K-maps 化简下列表达式:

(c) $xyz + xy\bar{z} + x\bar{y}z + x\bar{y}\bar{z} + \bar{x}yz + \bar{x}\bar{y}z + \bar{x}\bar{y}\bar{z}$.

	yz	$y\bar{z}$	$\bar{y}\bar{z}$	$\bar{y}z$
x	1	1	1	1
\bar{x}	1		1	1

$$xyz + xy\bar{z} + x\bar{y}z + x\bar{y}\bar{z} + \bar{x}yz + \bar{x}\bar{y}z + \bar{x}\bar{y}\bar{z} =$$

Example 5

用 K-maps 化简下列表达式:

(c) $xyz + xy\bar{z} + x\bar{y}z + x\bar{y}\bar{z} + \bar{x}yz + \bar{x}\bar{y}z + \bar{x}\bar{y}\bar{z}$.

	yz	$y\bar{z}$	$\bar{y}\bar{z}$	$\bar{y}z$
x	1	1	1	1
\bar{x}	1		1	1

$$xyz + xy\bar{z} + x\bar{y}z + x\bar{y}\bar{z} + \bar{x}yz + \bar{x}\bar{y}z + \bar{x}\bar{y}\bar{z} = x$$

Example 5

用 K-maps 化简下列表达式:

(c) $xyz + xy\bar{z} + x\bar{y}z + x\bar{y}\bar{z} + \bar{x}yz + \bar{x}\bar{y}z + \bar{x}\bar{y}\bar{z}$.

	yz	$y\bar{z}$	$\bar{y}\bar{z}$	$\bar{y}z$
x	1	1	1	1
\bar{x}	1		1	1

$$xyz + xy\bar{z} + x\bar{y}z + x\bar{y}\bar{z} + \bar{x}yz + \bar{x}\bar{y}z + \bar{x}\bar{y}\bar{z} = x + \bar{y}$$

Example 5

用 K-maps 化简下列表达式:

(c) $xyz + xy\bar{z} + x\bar{y}z + x\bar{y}\bar{z} + \bar{x}yz + \bar{x}\bar{y}z + \bar{x}\bar{y}\bar{z}$.

	yz	$y\bar{z}$	$\bar{y}\bar{z}$	$\bar{y}z$
x	1	1	1	1
\bar{x}	1		1	1

$$xyz + xy\bar{z} + x\bar{y}z + x\bar{y}\bar{z} + \bar{x}yz + \bar{x}\bar{y}z + \bar{x}\bar{y}\bar{z} = x + \bar{y} + z.$$

Example 6

用 K-maps 化简下列表达式:

(d) $xy\bar{z} + x\bar{y}\bar{z} + \bar{x}\bar{y}z + \bar{x}\bar{y}\bar{z}$.

Example 6

用 K-maps 化简下列表达式:

(d) $xy\bar{z} + x\bar{y}\bar{z} + \bar{x}\bar{y}z + \bar{x}\bar{y}\bar{z}$.

	yz	$y\bar{z}$	$\bar{y}\bar{z}$	$\bar{y}z$
x		1	1	
\bar{x}			1	1

$$xy\bar{z} + x\bar{y}\bar{z} + \bar{x}\bar{y}z + \bar{x}\bar{y}\bar{z} =$$

Example 6

用 K-maps 化简下列表达式:

(d) $xy\bar{z} + x\bar{y}\bar{z} + \bar{x}\bar{y}z + \bar{x}\bar{y}\bar{z}$.

	yz	$y\bar{z}$	$\bar{y}\bar{z}$	$\bar{y}z$
x		1	1	
\bar{x}			1	1

$$xy\bar{z} + x\bar{y}\bar{z} + \bar{x}\bar{y}z + \bar{x}\bar{y}\bar{z} = x\bar{z}$$

Example 6

用 K-maps 化简下列表达式:

(d) $xy\bar{z} + x\bar{y}\bar{z} + \bar{x}\bar{y}z + \bar{x}\bar{y}\bar{z}$.

	yz	$y\bar{z}$	$\bar{y}\bar{z}$	$\bar{y}z$
x		1	1	
\bar{x}			1	1

$$xy\bar{z} + x\bar{y}\bar{z} + \bar{x}\bar{y}z + \bar{x}\bar{y}\bar{z} = x\bar{z} + \bar{x}\bar{y}.$$

Example 6

用 K-maps 化简下列表达式:

(d) $xy\bar{z} + x\bar{y}\bar{z} + \bar{x}\bar{y}z + \bar{x}\bar{y}\bar{z}$.

	yz	$y\bar{z}$	$\bar{y}\bar{z}$	$\bar{y}z$
x		1	1	
\bar{x}			1	1

$$xy\bar{z} + x\bar{y}\bar{z} + \bar{x}\bar{y}z + \bar{x}\bar{y}\bar{z} = x\bar{z} + \bar{x}\bar{y}.$$

最后的一个红色圈已经没有新的 1, 不产生约简.

K-map: 四个变量

 相邻的小项, 只有一个变量不同.

	yz	$y\bar{z}$	$\bar{y}\bar{z}$	$\bar{y}z$
wx	$wxyz$	$wxy\bar{z}$	$wx\bar{y}\bar{z}$	$wx\bar{y}z$
$w\bar{x}$	$w\bar{x}yz$	$w\bar{x}y\bar{z}$	$w\bar{x}\bar{y}\bar{z}$	$w\bar{x}\bar{y}z$
$\bar{w}\bar{x}$	$\bar{w}\bar{x}yz$	$\bar{w}\bar{x}y\bar{z}$	$\bar{w}\bar{x}\bar{y}\bar{z}$	$\bar{w}\bar{x}\bar{y}z$
$\bar{w}x$	$\bar{w}xyz$	$\bar{w}xy\bar{z}$	$\bar{w}x\bar{y}\bar{z}$	$\bar{w}x\bar{y}z$



第 1, 4 列是相邻的; 第 1, 4 行是相邻的.

相邻关系类型: 1×2 , 4×1 , 2×2 , 4×2 .

	yz	$y\bar{z}$	$\bar{y}\bar{z}$	$\bar{y}z$
wx				
$w\bar{x}$				
$\bar{w}\bar{x}$				
$\bar{w}x$				

$$w\bar{x}z = w\bar{x}yz + w\bar{x}\bar{y}z$$

(a)

相邻关系类型: 1×2 , 4×1 , 2×2 , 4×2 .

	yz	$y\bar{z}$	$\bar{y}\bar{z}$	$\bar{y}z$
wx				
$w\bar{x}$				
$\bar{w}\bar{x}$				
$\bar{w}x$				

$$w\bar{x}z = w\bar{x}yz + w\bar{x}\bar{y}z$$

(a)

	yz	$y\bar{z}$	$\bar{y}\bar{z}$	$\bar{y}z$
wx				
$w\bar{x}$				
$\bar{w}\bar{x}$				
$\bar{w}x$				

$$\begin{aligned} \bar{w}\bar{x} &= \bar{w}\bar{x}yz + \bar{w}\bar{x}y\bar{z} \\ &\quad + \bar{w}\bar{x}\bar{y}\bar{z} + \bar{w}\bar{x}\bar{y}z \end{aligned}$$

(b)

相邻关系类型: 1×2 , 4×1 , 2×2 , 4×2 .

	yz	$y\bar{z}$	$\bar{y}z$	$\bar{y}\bar{z}$
wx				
$w\bar{x}$				
$\bar{w}x$				
$\bar{w}\bar{x}$				

$$\begin{aligned}xz &= wxyz + wx\bar{y}z \\ &\quad + \bar{w}xyz + \bar{w}x\bar{y}z\end{aligned}$$

(c)

相邻关系类型: 1×2 , 4×1 , 2×2 , 4×2 .

	yz	$y\bar{z}$	$\bar{y}\bar{z}$	$\bar{y}z$
wx				
$w\bar{x}$				
$\bar{w}\bar{x}$				
$\bar{w}x$				

$$xz = wxyz + wx\bar{y}z + \bar{w}xyz + \bar{w}x\bar{y}z$$

(c)

	yz	$y\bar{z}$	$\bar{y}\bar{z}$	$\bar{y}z$
wx				
$w\bar{x}$				
$\bar{w}\bar{x}$				
$\bar{w}x$				

$$\bar{z} = wxy\bar{z} + wx\bar{y}\bar{z} + w\bar{x}y\bar{z} + w\bar{x}\bar{y}\bar{z} + \bar{w}\bar{x}y\bar{z} + \bar{w}\bar{x}\bar{y}\bar{z} + \bar{w}xy\bar{z} + \bar{w}x\bar{y}\bar{z}$$

(d)

Example 7

用 K-maps 化简下列表达式:

(a) $wx\bar{y}\bar{z} + w\bar{x}yz + w\bar{x}y\bar{z} + w\bar{x}\bar{y}\bar{z} + \bar{w}x\bar{y}\bar{z} + \bar{w}\bar{x}y\bar{z} + \bar{w}\bar{x}\bar{y}\bar{z}.$

Example 7

用 K-maps 化简下列表达式:

(a) $wx\bar{y}\bar{z} + w\bar{x}yz + w\bar{x}y\bar{z} + w\bar{x}\bar{y}z + \bar{w}x\bar{y}\bar{z} + \bar{w}\bar{x}y\bar{z} + \bar{w}\bar{x}\bar{y}z$.

	yz	$y\bar{z}$	$\bar{y}\bar{z}$	$\bar{y}z$
wx			1	
$w\bar{x}$	1	1	1	
$\bar{w}\bar{x}$		1	1	
$\bar{w}x$			1	

$$wx\bar{y}\bar{z} + w\bar{x}yz + w\bar{x}y\bar{z} + w\bar{x}\bar{y}z + \bar{w}x\bar{y}\bar{z} + \bar{w}\bar{x}y\bar{z} + \bar{w}\bar{x}\bar{y}z$$

=

Example 7

用 K-maps 化简下列表达式:

(a) $wx\bar{y}\bar{z} + w\bar{x}yz + w\bar{x}y\bar{z} + w\bar{x}\bar{y}\bar{z} + \bar{w}x\bar{y}\bar{z} + \bar{w}\bar{x}y\bar{z} + \bar{w}\bar{x}\bar{y}\bar{z}$.

	yz	$y\bar{z}$	$\bar{y}\bar{z}$	$\bar{y}z$
wx			1	
$w\bar{x}$	1	1	1	
$\bar{w}\bar{x}$		1	1	
$\bar{w}x$			1	

$$\begin{aligned} & wx\bar{y}\bar{z} + w\bar{x}yz + w\bar{x}y\bar{z} + w\bar{x}\bar{y}\bar{z} + \bar{w}x\bar{y}\bar{z} + \bar{w}\bar{x}y\bar{z} + \bar{w}\bar{x}\bar{y}\bar{z} \\ &= \bar{y}\bar{z} \end{aligned}$$

Example 7

用 K-maps 化简下列表达式:

(a) $wx\bar{y}\bar{z} + w\bar{x}yz + w\bar{x}y\bar{z} + w\bar{x}\bar{y}\bar{z} + \bar{w}x\bar{y}\bar{z} + \bar{w}\bar{x}y\bar{z} + \bar{w}\bar{x}\bar{y}\bar{z}$.

	yz	$y\bar{z}$	$\bar{y}\bar{z}$	$\bar{y}z$
wx			1	
$w\bar{x}$	1	1	1	
$\bar{w}\bar{x}$		1	1	
$\bar{w}x$			1	

$$\begin{aligned} & wx\bar{y}\bar{z} + w\bar{x}yz + w\bar{x}y\bar{z} + w\bar{x}\bar{y}\bar{z} + \bar{w}x\bar{y}\bar{z} + \bar{w}\bar{x}y\bar{z} + \bar{w}\bar{x}\bar{y}\bar{z} \\ &= \bar{y}\bar{z} + \bar{x}\bar{z} \end{aligned}$$

Example 7

用 K-maps 化简下列表达式:

(a) $wx\bar{y}\bar{z} + w\bar{x}yz + w\bar{x}y\bar{z} + w\bar{x}\bar{y}\bar{z} + \bar{w}x\bar{y}\bar{z} + \bar{w}\bar{x}y\bar{z} + \bar{w}\bar{x}\bar{y}\bar{z}$.

	yz	$y\bar{z}$	$\bar{y}\bar{z}$	$\bar{y}z$
wx			1	
$w\bar{x}$	1	1	1	
$\bar{w}\bar{x}$		1	1	
$\bar{w}x$			1	

$$\begin{aligned} & wx\bar{y}\bar{z} + w\bar{x}yz + w\bar{x}y\bar{z} + w\bar{x}\bar{y}\bar{z} + \bar{w}x\bar{y}\bar{z} + \bar{w}\bar{x}y\bar{z} + \bar{w}\bar{x}\bar{y}\bar{z} \\ &= \bar{y}\bar{z} + \bar{x}\bar{z} + w\bar{x}y. \end{aligned}$$

$$(b) \quad wx\bar{y}\bar{z} + w\bar{x}yz + w\bar{x}y\bar{z} + w\bar{x}\bar{y}z + \bar{w}x\bar{y}\bar{z} + \bar{w}\bar{x}y\bar{z} + \bar{w}\bar{x}\bar{y}z + wxy\bar{z} + \bar{w}xyz + \bar{w}xy\bar{z} + \bar{w}x\bar{y}z.$$

$$(b) \quad wx\bar{y}\bar{z} + w\bar{x}yz + w\bar{x}y\bar{z} + w\bar{x}\bar{y}z + \bar{w}x\bar{y}\bar{z} + \bar{w}\bar{x}y\bar{z} + \bar{w}\bar{x}\bar{y}z + wxy\bar{z} + \bar{w}xyz + \bar{w}xy\bar{z} + \bar{w}x\bar{y}z.$$

	yz	$y\bar{z}$	$\bar{y}\bar{z}$	$\bar{y}z$
wx		1	1	
$w\bar{x}$	1	1	1	
$\bar{w}\bar{x}$		1	1	
$\bar{w}x$	1	1	1	1

$$wx\bar{y}\bar{z} + w\bar{x}yz + w\bar{x}y\bar{z} + w\bar{x}\bar{y}z + \bar{w}x\bar{y}\bar{z} + \bar{w}\bar{x}y\bar{z} + \bar{w}\bar{x}\bar{y}z + wxy\bar{z} + \bar{w}xyz + \bar{w}xy\bar{z} + \bar{w}x\bar{y}z$$

=

$$(b) \quad wx\bar{y}\bar{z} + w\bar{x}yz + w\bar{x}y\bar{z} + w\bar{x}\bar{y}z + \bar{w}x\bar{y}\bar{z} + \bar{w}\bar{x}y\bar{z} + \bar{w}\bar{x}\bar{y}z + wxy\bar{z} + \bar{w}xyz + \bar{w}xy\bar{z} + \bar{w}x\bar{y}z.$$

	yz	$y\bar{z}$	$\bar{y}\bar{z}$	$\bar{y}z$
wx		1	1	
$w\bar{x}$	1	1	1	
$\bar{w}\bar{x}$		1	1	
$\bar{w}x$	1	1	1	1

$$\begin{aligned} & wx\bar{y}\bar{z} + w\bar{x}yz + w\bar{x}y\bar{z} + w\bar{x}\bar{y}z + \bar{w}x\bar{y}\bar{z} + \bar{w}\bar{x}y\bar{z} \\ & + \bar{w}\bar{x}\bar{y}z + wxy\bar{z} + \bar{w}xyz + \bar{w}xy\bar{z} + \bar{w}x\bar{y}z \end{aligned}$$

$$= \bar{z}$$

$$(b) \quad wx\bar{y}\bar{z} + w\bar{x}yz + w\bar{x}y\bar{z} + w\bar{x}\bar{y}z + \bar{w}x\bar{y}\bar{z} + \bar{w}\bar{x}y\bar{z} + \bar{w}\bar{x}\bar{y}z + wxy\bar{z} + \bar{w}xyz + \bar{w}xy\bar{z} + \bar{w}x\bar{y}z.$$

	yz	$y\bar{z}$	$\bar{y}\bar{z}$	$\bar{y}z$
wx		1	1	
$w\bar{x}$	1	1	1	
$\bar{w}\bar{x}$		1	1	
$\bar{w}x$	1	1	1	1

$$\begin{aligned} & wx\bar{y}\bar{z} + w\bar{x}yz + w\bar{x}y\bar{z} + w\bar{x}\bar{y}z + \bar{w}x\bar{y}\bar{z} + \bar{w}\bar{x}y\bar{z} \\ & + \bar{w}\bar{x}\bar{y}z + wxy\bar{z} + \bar{w}xyz + \bar{w}xy\bar{z} + \bar{w}x\bar{y}z \\ & = \bar{z} + \bar{w}x \end{aligned}$$

$$(b) \quad wx\bar{y}\bar{z} + w\bar{x}yz + w\bar{x}y\bar{z} + w\bar{x}\bar{y}z + \bar{w}x\bar{y}\bar{z} + \bar{w}\bar{x}y\bar{z} + \bar{w}\bar{x}\bar{y}z + wxy\bar{z} + \bar{w}xyz + \bar{w}xy\bar{z} + \bar{w}x\bar{y}z.$$

	yz	$y\bar{z}$	$\bar{y}\bar{z}$	$\bar{y}z$
wx		1	1	
$w\bar{x}$	1	1	1	
$\bar{w}\bar{x}$		1	1	
$\bar{w}x$	1	1	1	1

$$\begin{aligned} & wx\bar{y}\bar{z} + w\bar{x}yz + w\bar{x}y\bar{z} + w\bar{x}\bar{y}z + \bar{w}x\bar{y}\bar{z} + \bar{w}\bar{x}y\bar{z} \\ & + \bar{w}\bar{x}\bar{y}z + wxy\bar{z} + \bar{w}xyz + \bar{w}xy\bar{z} + \bar{w}x\bar{y}z \\ = & \bar{z} + \bar{w}x + w\bar{x}y. \end{aligned}$$